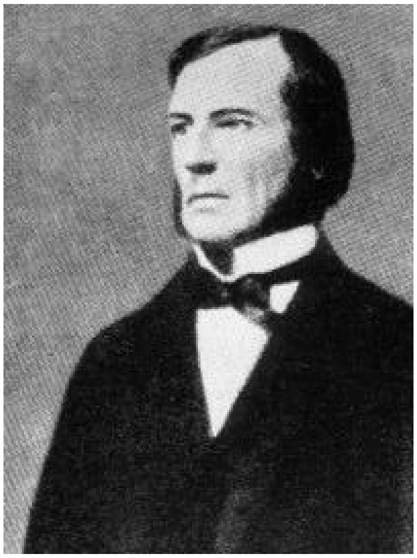
Capítulo Vigesimotercero
INDEPENDENCIA COMPLETA

BOOLE



La Matemática pura fue descubierta por Boole en una obra que tituló "Las Leyes del Pensamiento.

Bertrand Russell

¡Oh!, nosotros no leemos nada de lo que hacen los matemáticos ingleses". Esta observación característica de los países del continente fue la respuesta de un distinguido matemático europeo cuando fue interrogado acerca que si había leído una obra reciente de uno de los principales matemáticos ingleses. El "nosotros" denuncia esa franca superioridad de los matemáticos continentales en general.

Esta no es la clase de anécdotas que los matemáticos gustan de contar de sí mismos, pero como ilustra admirablemente esa característica de los matemáticos ingleses, la originalidad insular, que ha sido la principal distinción de la escuela británica, constituye la introducción ideal a la vida y obra de uno de los matemáticos ingleses de más originalidad insular que Inglaterra ha producido, George Boole. El hecho es que los matemáticos británicos muchas veces han seguido serenamente su camino, haciendo lo que les interesaba personalmente, como si estuvieran entregados a una diversión, con un perfecto desprecia para lo que los demás consideran como de suprema importancia, afirmándolo así al mundo. Algunas veces, como en la prolongada idolatría, por los métodos de Newton, la indiferencia por las cuestiones del momento ha costado mucho a la escuela inglesa, pero a la larga, esa actitud de dicha escuela ha añadido más nuevos campos a la Matemática que si hubiera sido una servil imitación de los maestros continentales. La teoría de invariantes es un caso; la teoría del campo electrodinámico de Maxwell es otro.

Aunque la escuela inglesa haya participado en la ulterior elaboración de trabajos iniciados en otros países, su mayor contribución al progreso de la Matemática se ha basado en la originalidad. La obra de Boole es un notable ejemplo de esto. Al ser expuesta pasó inadvertida, salvo para algunos pocos de los compatriotas no ortodoxos de Boole, quienes reconocieron en ella el germen de algo de supremo interés para toda la Matemática. Actualmente el desarrollo natural de ese germen ha venido a constituir rápidamente una de los principales capítulos de la Matemática pura, que numerosos investigadores de todos los países extienden a todos los campos de la matemática para consolidar nuestras conquistas sobre firmes fundamentos. Como Bertrand

Russell hizo notar hace algunos años, la Matemática pura fue *descubierta* por George Boole en su obra de *The Laws of Thought*, publicada en 1854. Podrá ser una exageración, pero es un indicio de la importancia que han adquirido hoy la lógica matemática y sus ramificaciones. Otros antes que Boole, especialmente Leibniz y De Morgan, soñaron añadir la lógica al dominio del Álgebra; Boole lo hizo.

George Boole, como algunos de los otros precursores de la Matemática, procedía de los estratos económicos más bajos de la sociedad. Su destino aún era más duro. Nació el 2 de noviembre de 1815 en Lincoln, Inglaterra, siendo hijo de un modesto tendero. Si damos crédito a la explicación dada por los autores ingleses de aquellos días, el año 1815, el año de Waterloo, ser hijo de un comerciante modesto significaba en aquel tiempo quedar condenado al ostracismo.

Toda la clase social a la que el padre de Boole pertenecía era tratada con un desprecio aún mayor que el reservado para las fregonas y para los lacayos. Las "clases inferiores" en cuyo nivel Boole había nacido, simplemente no existían a los ojos de "las clases superiores", incluyendo entre éstas a los comerciantes más prósperos y a los prestamistas. Se consideraba como indiscutible que un niño del nivel social de Boole apenas podía aprender otra cosa que el catecismo, para evitar así que transgrediera los límites estrictos de la obediencia impuesta por la vanidad humana.

Decir que los primeros esfuerzos de Boole para educarse en un nivel superior a aquel en que "Dios había gustado colocarle", eran una sencilla imitación del Purgatorio no revela toda la verdad. Por un acto de la Divina Providencia, el gran espíritu de Boole había sido designado a la clase más modesta, y debía quedar en ella sin atender a sus propios juicios ambiciosos. Los americanos podrían recordar que Abraham Lincoln, tan sólo seis años mayor que Boole, luchó aproximadamente en la misma época. Pero Lincoln no fue despreciado, sino alentado.

Las escuelas donde recibían la enseñanza los que habían de ser grandes caballeros, donde realizaban su aprendizaje para desempeñar los papeles directivos en los sistemas del trabajo a destajo o en las minas de carbón que comenzaban a ser explotadas, no eran apropiadas para criaturas como George Boole. No; su *National School* estaba dirigido principalmente hacia el fin de mantener a los pobres en el lugar que les correspondía.

Un aprendizaje superficial de latín, y todavía más superficial de griego, era uno de los místicos signos de nobleza en aquellos incomprensibles días de la revolución industrial. Aunque pocos eran los muchachos que aprendían el latín necesario para poder traducir, su supuesto conocimiento de su gramática constituía una de las características de la nobleza, y su sintaxis, aprendida de memoria, era considerada como la disciplina mental de mayor utilidad para preparar a los propietarios, y para que éstos conservaran la propiedad.

Como es natural, no se enseñaba latín en la escuela a la que Boole podía asistir. Incurriendo en el error señalado acerca de en qué consistía la superioridad de las clases acomodadas para gobernar a la que estaba por debajo en la escala de la riqueza, Boole decidió aprender latín y griego para poder escalar una posición social. Esta fue una equivocación de Boole. El latín, y el griego nada tenían que ver con la causa de sus dificultades. Aprendió latín por sí mismo, con el aliento que su pobre padre le prestaba. Aunque el modesto comerciante sabía que él ya no podría escapar, quería abrir el camino para su hijo. El padre de Boole no sabía latín. El muchacho recurrió a otro comerciante, un librero amigo de su padre. Este buen hombre sólo pudo dar al muchacho un breve curso de gramática elemental. Después de ello, Boole tuvo que seguir sus estudios por sí solo. Quien haya visto a un buen maestro luchando por enseñar latín a un niño normal de ocho años, se dará, cuenta de lo que Boole sin tutela alguna quería realizar. Teniendo doce años aprendió el latín suficiente para traducir en versos ingleses una oda de Horacio. Su padre lleno de orgullo, aunque no comprendiera los méritos técnicos de la traducción, consiguió que se imprimiera en un diario local. Esto dio lugar a una reyerta entre los eruditos, de los cuales unos elogiaban a Boole y otros le humillaban.

Un maestro de lenguas clásicas negó que un muchacho de 12 años pudiera haber realizado la traducción. Sin embargo, los muchachos de 12 años saben muchas más cosas que lo que sus olvidadizos padres suponen. Por lo que se refiere a la parte técnica se señaló que presentaba grandes defectos. Boole estaba humillado, y resolvió corregir las deficiencias de su autoinstrucción. También aprendió por sí mismo el griego. Decidido a ser algo, o a no ser nada, empleó los dos años siguientes en estudiar el latín y el griego sin ayuda alguna. El efecto de este esfuerzo se aprecia fácilmente en la altisonancia y en los marcados latinismos que se observan en la prosa de Boole.

Boole recibió su primera instrucción matemática de su padre, quien gracias a sus esfuerzos privados había aprendido mucho más de lo que le enseñaron en la escuela. El padre intentó también interesarle en otra de sus habilidades, la de construir instrumentos ópticos, pero Boole, inclinándose ante sus ambiciones, seguía creyendo que los clásicos eran la clave para lograr puestos dominantes. Después de terminar sus estudios escolares comunes siguió un curso comercial. Esta vez su diagnóstico era más exacto, pero poca ayuda habrían de prestarle esos desvelos. Teniendo 16 años se vio ante la necesidad de contribuir inmediatamente al mantenimiento de sus padres enfermos. La enseñanza escolar le ofrecía la oportunidad más directa de obtener un jornal, en los días de Boole los "conserjes", según se llamaba a los maestros ayudantes, no recibían salarios, sino jornales. Entre salarios y jornales existe algo más que una diferencia monetaria. Podía haber sido en esta época cuando el inmortal Squeers, en el *Nicholas Nickleby* de Dickens, realizase su importante pero inapreciada contribución a la pedagogía moderna en Dotheboys Hall con su brillante anticipación del método “proyecto". El joven Boole podía haber sido uno de los conserjes de Squeers; enseñó en dos escuelas.

Boole pasó cuatro años, más o menos felices, enseñando en estas escuelas elementales. Las frías noches, al menos, cuando los discípulos se retiraban a descansar, podrían ser dedicadas a su labor. Seguía aún un camino equivocado. Su tercer diagnóstico acerca de la incapacidad social fue similar al segundo, pero suponía un considerable progreso con respecto a los dos primeros. Careciendo de dinero prácticamente todo lo que el joven ganaba apenas servía para subvenir a las necesidades más sencillas de sus padres, Boole pasó revista a las diferentes profesiones. En aquel tiempo el ejército se hallaba fuera de sus medios. La abogacía suponía requisitos financieros y de educación que no tenía probabilidad de satisfacer. La enseñanza en la esfera donde él se movía no era una profesión de reputación. ¿Qué quedaba? Tan sólo la iglesia, y Boole resolvió ser sacerdote.

A pesar de todo lo que se haya dicho en favor y en contra de Dios, debe admitirse, hasta por sus más severos críticos, que tiene cierto sentido del humor. Dándose cuenta de que era ridículo que Boole fuera sacerdote, torció hábilmente las ambiciones del joven hacia direcciones menos absurdas. La máxima pobreza de los padres de Boole dio lugar a que éstos solicitaran de su hijo que abandonara todos sus pensamientos de ser una eminencia eclesiástica. Pero sus cuatro años de preparación privada (y rígida privación) para la carrera que planeaba, no se perdieron totalmente; aprendió el francés, el alemán y el italiano, que le iban a ser indispensables en su verdadero camino.

Al fin se encontró a sí mismo. La primera instrucción que le diera su padre, produjo ahora fruto. Teniendo 20 años, Boole abrió una escuela para preparar alumnos y enseñarles Matemática como debía ser enseñada. Su interés despertó. Pronto los ordinarios y execrables manuales que le producían admiración, provocarían su desprecio. ¿Sería esto, por ventura, la Matemática? Increíble. ¿Que dirían los grandes maestros de la Matemática? Igual que Abel y Galois, Boole se dirigió directamente a las grandes figuras. Debemos recordar que su conocimiento matemático no iba más allá de los rudimentos. Para formarnos una idea de su capacidad mental, podemos imaginar a este estudiante solitario de veinte años leyendo, sin necesidad de ayuda, la *Mécanique celeste* de Laplace, una de las obras maestras más difíciles de asimilar para un estudioso consciente, pues el razonamiento matemático está lleno de lagunas y de declaraciones enigmáticas, como la de "es fácil ver". Recordaremos, además, que Boole hizo un completo y comprensivo estudio de la obra excesivamente abstracta *Mécanique analytique* de Lagrange, donde no hay una sola figura desde el principio al fin para aclarar el análisis. Sin embargo, Boole, por sí mismo, siguió su camino y vio lo que debía hacer. También en su primera contribución a la Matemática sus esfuerzos carecieron de guía. Se trataba de un trabajo sobre el cálculo de variaciones.

Otra conquista que Boole realizó en todo este solitario estudio merece párrafo aparte. Descubrió los invariantes. La significación de este gran descubrimiento, que Cayley y Sylvester habrían de desarrollar en gran escala, ha sido suficientemente explicado; aquí repetiremos que sin la teoría matemática de la invariabilidad (que se deriva de los primer trabajos algebraicos), la teoría de la relatividad hubiera sido imposible Así, en el umbral de su carrera científica, Boole se dio cuenta del terreno que pisaba, cosa que Lagrange no pudo ver, y encontró lo que iba a ser una gema de primera agua, Boole vio lo que para otros había pasado inadvertido gracias a su fuerte sensibilidad para la simetría y la belleza de las relaciones algebraicas, cuando, como es natural, son simétricas y bellas, cosa que no siempre ocurre. Otros podían haber creído que se trataba de una cosa sin importancia, pero Boole reconoció que era algo de un orden superior.

Las oportunidades para las publicaciones matemáticas en los días de Boole no eran fáciles, a no ser que el autor fuera miembro de alguna sociedad docta, con una revista a su disposición. Por fortuna para Boole *The Cambridge Mathematical Journal*, bajo la capaz dirección del matemático escocés D.F. Gregory, había sido fundado en 1837. Boole envió su obra. Su originalidad y estilo impresionaron favorablemente a Gregory, y una correspondencia matemática cordial inició la amistad que iba a durar toda la vida de Boole.

Nos llevaría demasiado lejos exponer aquí la gran contribución que la escuela inglesa estaba haciendo en aquella época para la comprensión del Álgebra como Álgebra, es decir como el desarrollo abstracto de las consecuencias de una serie de postulados, sin una interpretación o aplicación obligada a “números" o a cualquier otra cosa, pero puede mencionarse que la concepción moderna del Álgebra comenzó con los “reformadores" británicos Peacock, Herschell, De Morgan, Babbage, Gregory y Boole. Lo que era una novedad algo herética cuando Peacock publicó su tratado de Álgebra en 1830, es actualmente un lugar común en cualquier manual seriamente escrito. De una vez para todas Peacock destruyó la superstición de que $x, y,\ldots$ en relaciones como

$$x + y = y + x,$$
$$xy = yx$$
$$x(y + z) = xy + xz$$

y así sucesivamente, tal como las encontramos en Álgebra elemental, "representan necesariamente números". No es así, y esto es una de las cosas más esenciales del Álgebra, y la fuente de su importancia en las aplicaciones. Las letras $x, y, z,\ldots$ son simplemente símbolos arbitrarios que se combinan de acuerdo con ciertas operaciones, una de las cuales se simboliza por $+$ y otra por $\times$ (o simplemente como xy en lugar de $x \times y$), de acuerdo con postulados establecidos al comienzo, como en los casos

$$x + y = y + x$$

antes citados.

Sin este conocimiento de que el Álgebra no es por sí misma otra cosa, que un sistema abstracto, esta ciencia todavía estaría en el fango aritmético del siglo XVIII, incapaz de haber asumido las variantes modernas y extraordinariamente útiles bajo la dirección de Hamilton. Aquí tan sólo haremos notar que esta renovación del Álgebra dio a Boole su primera oportunidad para hacer una obra sobresaliente, apreciada por sus contemporáneos. Por propia iniciativa separó los *símbolos* de las operaciones matemáticas de aquéllas cosas sobre las cuales actúan, y procedió a investigar esas operaciones por su propia cuenta. ¿Cómo se combinan? ¿Se sujetan a algún tipo de Álgebra simbólica? Encontró que así era. Su obra en esta dirección es extraordinariamente interesante, pero pasa a un segundo plano ante otra que es más propia de él: la creación de un sistema sencillo de lógica simbólica o matemática.

Como introducción a esta espléndida invención de Boole debemos hacer una ligera digresión y recordar una famosa reyerta de la primera mitad del siglo XIX, muy ruidosa en su día pero que ahora ha sido casi olvidada, salvo por los historiadores de filosofía patológica. Hace poco hemos mencionado a Hamilton. En esta época existieron dos Hamilton de pública fama, uno el matemático irlandés Sir William Rowan Hamilton (1805-1865), el otro el filósofo escocés Sir William Hamilton (1788-1856). Los matemáticos suelen referirse al filósofo como *el otro* Hamilton. Después de una carrera no llena de triunfos como abogado y candidato a cargos universitarios oficiales, el elocuente filósofo escocés fue finalmente profesor de Lógica y Metafísica en la Universidad de Edimburgo. El matemático Hamilton, como hemos dicho, fue uno de los matemáticos más originales del siglo XIX. Quizá fuera esto una desgracia para el otro Hamilton, que poco sabía de Matemática, pero algunos lectores confunden muchas veces a los dos famosos Sir William.

Ahora bien, si existe algo más obtuso desde el punto de vista matemático que un tozudo metafísico escocés, habrá que buscarlo probablemente en un matemáticamente estúpido metafísico alemán. Para superar el perfecto absurdo de alguna de las cosas que el escocés Hamilton dijo acerca de la Matemática, habría que recordar lo que Hegel dijo acerca de la Astronomía o Lotze acerca de la Geometría no euclidiana. Cualquier lector desocupado puede convencerse por su cuenta. Fue una desgracia para el metafísico Hamilton que su pereza no le permitiera ir más allá de los conocimientos superficiales de la Matemática elemental que recibiera en la escuela, pero la "omnisciencia era su punto débil", y cuando comenzaba a pronunciar conferencias y a escribir sobre filosofía, se creía obligado a decir al mundo cuán inútil era la Matemática.

El ataque de Hamilton a la Matemática es probablemente el más famoso de los muchos salvajes ataques que la Matemática ha sufrido. Hace menos de 10 años, profusos párrafos de la diatriba de Hamilton fueron vigorosamente aplaudidos cuando un entusiasta pedagogo se refirió a ellos en una reunión largamente esperada de nuestra *National Educational Association.* En lugar de aplaudir, los oyentes hubieran obtenido mejor provecho de la exhibición si se hubieran negado a tragar buena parte de la filosofía de Hamilton que aderezaba, como salsa obligatoria, el jugoso plato de la sardina matemática. Recordaremos algunas de sus más violentas perdigonadas, y dejaremos al lector en libertad de que haga de ellas el uso que le plazca.

"Las Matemáticas (Hamilton siempre decía "Matemáticas" en plural no en singular como es costumbre actualmente) congelan y agostan la mente". "Un estudio excesivo de las Matemáticas incapacita absolutamente a la mente para aquellos esfuerzos intelectuales que la filosofía y la vida requieren". "Las Matemáticas no puede conducir, de modo alguno, a hábitos lógicos". "En Matemáticas la estupidez se considera como talento, y el talento se degrada hasta la incapacidad". "Las Matemáticas pueden deformar, pero jamás rectificar la mente".

Esto es únicamente una muestra de sus perdigonadas, pero carecemos de espacio para sus balas de cañón. Todo el ataque es muy impresionante para un hombre que conozca menos Matemática que la que sabe un niño inteligente de diez años. Una de sus balas merece especial mención, pues alude a una figura de gran importancia matemática, De Morgan (1806-1871), uno de los más expertos polimistas que han vivido, un matemático de vigorosa independencia, un gran lógico que preparó el camino a Boole, enemigo implacable de todos los charlatanes y farsantes, y, finalmente, padre del famoso novelista (*Alice for Short*, etc.). Hamilton dice: "Esto [una razón absolutamente falta de sentido que no necesitamos repetir] es lo que Mr. De Morgan entre otros matemáticos afirma con frecuencia que es cierto. Si Mr. De Morgan tuviera menos de matemático, hubiera podido ser más filósofo; y puede recordarse, que las Matemáticas y los tragos de aguardiente dañan especialmente, a largo plazo". Aunque la esotérica puntuación es oscura, la significación es bastante clara. Pero el caso es que De Morgan no era dado a la bebida.

De Morgan, que había obtenido fama por algunos de sus estudios de lógica, se permitió en un momento de distracción, ser atrapado en una controversia con Hamilton acerca del famoso principio de éste, referente a "la cuantificación del predicado". No necesitamos explicar lo que es este misterio, mejor dicho lo que era, pues hoy está bien muerto. De Morgan había hecho una excelente contribución al silogismo; Hamilton pensó ver las brillantes ideas de De Morgan en su propio cerebro, y el iracundo filósofo-jurista escocés acusó públicamente a De Morgan de plagio. La lucha comenzó, pero por parte de De Morgan, al menos, fue tomada en broma. De Morgan nunca perdía su equilibrio, pero Hamilton jamás supo mantenerlo.

Si esta reyerta hubiera sido tan sólo una de las innumerables querellas acerca de la prioridad que altera la historia científica, no merecerla siquiera ser mencionada. Su importancia histórica estriba en que Boole era por entonces (1848) un buen amigo y admirador de De Morgan. Boole enseñaba en una escuela, pero conocía personalmente o por correspondencia a muchos de los principales matemáticos ingleses. En aquélla ocasión corrió en ayuda de su amigo, no porque el astuto de De Morgan necesitara auxilio, sino porque sabía que De Morgan tenía razón y que Hamilton estaba equivocado. Boole publicó un pequeño volumen, *El análisis matemático de la lógica*, su primera contribución pública al vasto tema que su obra inaugura, y que iba a proporcionarles fama perdurable por la audacia y agudeza de su visión. El folleto, apenas es otra cosa que esto, excitó la admiración de De Morgan. Aquí había un maestro, y De Morgan se apresuró a reconocerlo así. El librito era tan sólo la promesa de mayores hazañas, que tendrían lugar seis años más tarde, pero Boole había abierto el camino.

Mientras tanto no estaba muy decidido a seguir el consejo de los amigos matemáticos, quienes le proponían marchara a Cambridge para estudiar la Matemática ortodoxa, pues Boole continuaba con sus penosos trabajos de la docencia elemental sin una queja, debido a que sus padres dependían ahora completamente de sus ingresos. Al fin tuvo una oportunidad para manifestar su notable capacidad como investigador y maestro. Fue nombrado profesor de Matemática en el Queen's College, recientemente fundado en la ciudad de Cork, Irlanda. Esto ocurría en el año 1849.

No hay ni qué decir que el hombre brillante, que sólo había conocido la pobreza y el duro trabajo durante toda su vida, hizo un excelente uso de su relativa libertad de pesadumbres financieras. Sus deberes, aunque pesados, le parecían ligeros en comparación con la penosa enseñanza elemental a la que estaba acostumbrado. Su obra matemática es extraordinariamente variada, pero su principal esfuerzo se dirigió a dar forma a su obra maestra. En 1854, la publicó bajo el título de *Una investigación de las leyes del pensamiento, sobre las cuales se fundan las teorías matemáticas de la lógica y de las probabilidades.* Boole tenía 39 años cuando esta obra apareció. Es algo desusado para un matemático tan joven realizar un trabajo de tan profunda originalidad, pero el fenómeno se explica cuando se recuerda el largo y tortuoso camino que Boole se vio obligado a seguir antes de poder contemplar su meta (compárense las carreras de Boole y de Weierstrass).

Algunos párrafos darán cierta idea del estilo de Boole y del objeto de su obra.

"El objeto del siguiente tratado es investigar las leyes fundamentales de esas operaciones de la mente en cuya virtud se realiza el razonamiento; expresarías en el lenguaje de un Cálculo, y sobre ese fundamento establecer la ciencia de la lógica y construir su método; hacer de ese método la base de un método general para la aplicación de la teoría matemática de las probabilidades, y, finalmente, recoger de los diversos elementos de verdad que surgen en el curso de estas pesquisas algunas probables informaciones referentes a la naturaleza y constitución de la mente humana..."

"¿Estaremos errados al considerar esto como la verdadera ciencia de la lógica, la cual, estableciendo ciertas leyes elementales, confirmadas con el testimonio de la mente, nos permite deducir, por un proceso uniforme, toda la cadena de sus consecuencias secundarias, y proporciona, para sus aplicaciones prácticas, métodos de generalidad perfecta?..."

"Existen, en efecto, ciertos principios generales fundados en la naturaleza del lenguaje en virtud de los cuales se establece el uso de símbolos, que no son otra cosa que elementos de lenguaje científico. Estos elementos son, en cierto grado, arbitrarios. Su interpretación es puramente convencional, y estará permitido emplearlos en el sentido que nos plazca. Pero este permiso está limitado por dos condiciones indispensables, primero, que no nos separemos del sentido convencionalmente establecido en el mismo proceso del razonamiento; segundo, que las leyes que rijan la conducción el proceso se funden exclusivamente sobre el sentido o significación anteriormente fijado de los símbolos empleados. Según estos principios, cualquier acuerdo que pueda ser establecido entre las leyes de los símbolos de la lógica y los del Álgebra puede manifestarse en un acuerdo de los procesos. Los dos campos de la interpretación permanecen aparte e independientes, cada uno de ellos a sus propias leyes y condiciones".

"Ahora bien, las investigaciones descritas en las siguientes páginas muestran la lógica, en su aspecto práctico, como un sistema de procesos realizados con la ayuda de símbolos que tienen una interpretación definida, y que están sometidos a leyes fundadas tan sólo sobre esa interpretación. Pero al mismo tiempo muestran que esas leyes son idénticas en forma a las leyes de los símbolos generales del Álgebra, con esta única adición, la de que los símbolos de la lógica están además sometidos a una ley especial *[*x^2 - x en Álgebra de lógica, que puede ser interpretada, entre otras formas, como "la clase de todas aquellas cosas comunes a una clase *x*, y que en sí misma es simplemente la clase *x*"] a la cual los símbolos de cantidad, como tal, no están sujetos". (Es decir, en Álgebra común no es cierto que toda *x* sea igual a su cuadrado mientras en el Álgebra de lógica de Boole, esto es cierto).

Este programa es desenvuelto detalladamente en el libro, Boole reduce la lógica a un tipo extraordinariamente fácil y simple de Álgebra. El "razonamiento" sobre el material apropiado es en esta Álgebra una cuestión de manipulaciones elementales de fórmulas mucho más sencillas que aquellas que son tratadas en el segundo año del Álgebra escolar. Así, la lógica misma fue llevada bajo el imperio de la Matemática.

Desde los primitivos trabajos de Boole su gran invención ha sido modificada, mejorada, generalizada y extendida en muchas direcciones. En la actualidad la lógica simbólica o matemática es indispensable en cualquier intento serio para comprender la naturaleza de la Matemática *y* el estado de los fundamentos sobre los que reposa la total y colosal superestructura.

La complicación y delicadeza de las dificultades, exploradas por el razonamiento simbólico serían, por así decir, un desafío a la razón humana si tan sólo se dispusiera de los métodos anteriores a Boole de la argumentación lógica verbal. La audaz originalidad de toda la obra de Boole no necesita ser señalada.

Desde 1899, cuando Hilbert publicó su obra clásica sobre los fundamentos de la Geometría, se ha prestado mucha atención a la axiomatización de las diversas ramas de la Matemática. Este movimiento se remonta a Euclides, pero por alguna extraña razón, posiblemente debido a que las técnicas inventadas por Descartes, Newton, Leibniz, Euler, Gauss, etc. dan a la Matemática facilidades para desarrollar sus temas libremente y sin estar sometidos a la crítica, el método euclidiano fue durante mucho tiempo descuidado, salvo en la Geometría. Ya hemos visto que la escuela inglesa aplicó el método al Álgebra en la primera mitad del siglo XIX. Sus buenos resultados parece que no hicieron gran impresión sobre la obra de sus contemporáneos e inmediatos sucesores, y únicamente después de los trabajos de Hilbert el método por postulados fue aceptado como la forma más clara y más rigurosa, de abordar cualquier disciplina Matemática.

Actualmente esta tendencia a la abstracción, en la que los símbolos y reglas para tratar cualquier tema particular son desprovistos de toda significación, y discutidos desde un punto de vista puramente formal, constituye la moda, descuidándose las aplicaciones (prácticas o matemáticas), que según algunos dicen constituyen la verdadera justificación humana de cualquier actividad científica. De todos modos, el método abstracto nos da una visión que no nos proporcionan los métodos menos rigurosos, y así puede verse más fácilmente la gran sencillez del Álgebra de la lógica sugerida por Boole.

En consecuencia, enunciaremos los postulados del Álgebra de Boole (el Álgebra de lógica), y, al hacerlo así veremos que puede darse, en efecto, una interpretación consecuente con la lógica clásica. La siguiente serie de postulados ha sido tomada de un trabajo de E. V. Huntington, publicado en *Transactions of the American Mathematical Society* (vol. 35, 1933, págs. 274-304). Todo el trabajo es fácilmente comprensible para quien haya estudiado Álgebra durante una semana, y la revista se encuentra en muchas bibliotecas importantes. Como Huntington señala, esta primera serie de postulados que transcribimos no es tan elegante como algunos de sus otros postulados. Pero como su interpretación en función de la inclusión de clase y en la lógica formal es más fácil que en los otros casos, preferiremos dicha serie.

La serie de postulados se expresa en función de K, $+$, $\times$, donde K es una clase de elementos no definidos a, b, c,... (completamente arbitrarios, sin tener asignadas una significación o propiedades más allá de las admitidas en los postulados), y $a + b$ y $a \times b$ (que también se escribe ab) son los resultados de dos operaciones binarias indefinidas, $+$, $\times$ ("binarias", debido a que tanto $+$ como $\times$ actúan sobre dos elementos de K). Existen diez postulados, Ia-VI:

- **I a**. *Si a y b están en la clase K, entonces a + b están en la clase K.*
- **I b**. *Si a y b están en la clase K, entonces ab está en la clase K.*
- **II a**. *Existe un elemento Z tal que a + Z = a para todo elemento a.*
- **II b**. *Existe un elemento U tal que aU = a para todo elemento a.*
- **III a**. $a + b = b + a$.
- **III b**. $ab = ba$.
- **IV a**. $a + bc = (a + b)(a + c)$.
- **IV b**. $a(b + e) = ab + ac$.
- **V**. *Para todo elemento a existe un elemento a' tal que a + a' = U y aa' = Z.*

- **VI**. *Existen al menos dos elementos diferentes en la clase K.*

Fácilmente se apreciará que estos postulados se satisfacen por la siguiente interpretación: a, *b, c*,... son clases; $a + b$ es la clase de todas aquellas cosas que están al menos en una de las clases *a, b*; *ab* es la clase de todas aquellas cosas que están en ambas clases *a, b; Z* es la "clase nula", la clase que no tiene números; U es la "clase universal", la clase que contiene *todas* las cosas en *todas* las clases sin discusión. El postulado **V** afirma, pues, que dada cualquier clase *a*, existe una clase *a*, compuesta de todas aquellas cosas que no están en *a*. Obsérvese que **VI** implica que *U, Z* no son la misma clase.

En esta sencilla y clara serie de enunciados se observa que la totalidad de la lógica clásica puede ser construida simbólicamente por medio de la fácil álgebra engendrada por los postulados. De estos postulados se desarrolla una teoría de lo que puede ser llamada "ecuaciones lógicas"; los problemas de lógica son trasladados a tales ecuaciones, que entonces son "resueltas", por los recursos del Álgebra. La solución es entonces reinterpretada en los términos de los datos lógicos, obteniéndose la solución del problema original. Terminaremos esta descripción con el equivalente simbólico de "inclusión", interpretable también cuando las *proposiciones* más que las clases son los elementos de *K* como "implicación".

"La relación $a < b$ (léase, *a está incluida en b*), se define por cualquiera de las siguientes ecuaciones

$$a + b = b,\ ab = a,\ a' + b = U,\ ab' = Z."$$

Para ver que estas ecuaciones son razonables, consideremos por ejemplo la segunda $ab = a$. Esta ecuación afirma que si *a* está incluida en *b*, entonces todo lo que esté en *a y b* es la totalidad de *a*. De los postulados enunciados pueden ser *demostrados* los siguientes teoremas sobre inclusión (con millares de otros más complicados si se desea). Los casos seleccionados están de acuerdo con nuestra concepción intuitiva de lo que significa "inclusión".

1. $a < a$.
2. *Si* $a < b$ *y* $b < c$, *entonces* $a < c$.
3. *Si* $a < b$ *y* $b < a$, *entonces* $a = b$.
4. $Z < a$ *(donde Z es el elemento en* IIa, *demuestra ser el único elemento que satisface* IIa*).*
5. $a < U$ *(donde U es el elemento en* IIb, *igualmente único).*
6. $a < a + b$; *y si* $a < y$ *y* $b < y$, *entonces* $a + b < y$.
7. $ab < a$; *y si* $x < a$ *y* $x < b$, *entonces* $x < ab$.
8. *Si* $x < a$ *y* $x < a$, *entonces* $x = Z$; *y si* $a < y$ *y* $a' < y$, *entonces* $y = U$.
9. *Si* $a < b'$ *es falso, entonces existe al menos un elemento x, diferente de Z, tal que* $x < a$ *y* $x < b$.

Puede ser de interés observar que "$<$" en aritmética y análisis este signo significa "menor que". Obsérvese que si *a, b, c*,... son números reales, y *Z* denota cero, entonces (2) se satisface por esta interpretación del signo " $<$ ", y similarmente, para (4), siempre que a sea positivo; pero (1) no se satisface ni es la segunda parte de (6), es decir $5 < 10$, $7 < 10$, pero $5 + 7 < 10$ es falso.

El enorme poder y la extraordinaria facilidad del método se aprecian fácilmente al aplicarlo a cualquier investigación sobre lógica simbólica. Pero, como fue subrayado, la importancia de este "razonamiento simbólico" está en su aplicabilidad a las sutiles cuestiones que se refieren al fundamento de toda la Matemática, las cuales, si no fuera por este método preciso de fijar la significación de las "palabras" de otros "símbolos" de una vez para todas, serían probablemente inabordables para los, mortales vulgares.

Como ocurre con casi todas las novedades, la lógica simbólica fue despreciada durante muchos años después de su invención. Todavía en 1910 encontramos eminentes matemáticos que la consideran despectivamente como una curiosidad "filosófica" sin significación matemática. El trabajo de Whitehead y Russell en sus *Principia Mathematica* (1910-1913) fue el primero que convenció a numerosos matemáticas profesionales de que la lógica simbólica era digna de su atención. Podemos recordar a un firme enemigo de la lógica simbólica, a Cantor, cuya obra sobre el infinito será mencionada en el último capítulo. Por una de esas ironías de la historia de la Matemática que la hacen tan divertida para los lectores, la lógica simbólica iba a desempeñar un importante papel en la crítica drástica de la obra de Cantor, causante de que su autor perdiera la fe en sí mismo y en su teoría.

Boole no sobrevivió mucho a su obra maestra. El año después de su publicación, manteniendo aún subconscientemente que la respetabilidad social podría ser lograda, por el conocimiento del griego, se casó con Mary Everest, sobrina del profesor de griego en el Queen's College. Su mujer fue su devota discípula. Después de la muerte de su marido, Mary Boole aplicó algunas de las ideas aprendidas de él para racionalizar y humanizar la educación de sus hijos. En un folleto, la *Psicología de Boole*, Mary Boole recuerda una interesante especulación de dicho matemático, que los lectores de las leyes del pensamiento reconocerán que se halla implícita, aunque no expresada, en algunas parte de su obra. Boole contó a su mujer que en el año 1832, cuando tenía diecisiete, surgió como un relámpago, mientras paseaba por un campo, la idea de que, aparte de los datos que se obtienen por observación directa, el hombre logra sus conocimientos de alguna fuente indefinida e invisible que Mary Boole llama "el inconsciente". Será interesante recordar (véase más delante) que Poincaré expresa una opinión análoga refiriéndose a la génesis de las "inspiraciones" matemáticas en la "mente subconsciente". De todos modos, Boole estuvo altamente inspirado cuando escribió *Las leyes del pensamiento.*

Boole murió rodeado de honores, y con una fama cada vez mayor, el 8 de diciembre de 1864 a los 50 años. Su muerte prematura fue debida a una neumonía contraída al seguir pronunciando una conferencia cuando estaba empapado hasta la piel. Boole se dio perfecta cuenta de que había hecho una gran obra.