Capítulo Decimonoveno
UNA TRAGEDIA IRLANDESA

HAMILTON

En matemática fue más grande
Que Tycho Brahe o Erra Pater;
Pues por escala geométrica
Pudo hallar el tamaño
de los vasos de cerveza

Samuel Butler

William Rowan Hamilton es indudablemente el hombre de ciencia más importante que Irlanda ha producido. Subrayamos su nacionalidad, pues el impulso que se halla tras la actividad incesante de Hamilton fue su deseo confesado de poner su soberbio genio al servicio y gloria de su país nativo. Algunos han pretendido que era descendiente de escoceses. Hamilton mismo insiste en que era irlandés, y ciertamente es difícil para un escocés ver algo de escocés en el más grande y más elocuente matemático de Irlanda.

El padre de Hamilton fue procurador en Dublín, Irlanda, donde el día 3 de agosto de 1805[1] nació el más pequeño de los tres hermanos y una hermana. El padre era un hombre de negocios con una elocuencia, "exuberante", un religioso fanático y, finalmente, y por desgracia no en pequeño grado, demasiado jovial, rasgos todos que fueron trasmitidos a su inteligente hijo. La brillantez intelectual extraordinaria de Hamilton fue heredada probablemente de su madre, Sarah Hutton, quien procedía de una familia bien conocida por su talento. Sin embargo, por la parte del padre, las nubes de elocuencia tanto verbal como escrita que hacían de este alegre sujeto el animador de todas las fiestas, se condensó en una forma menos gaseosa en un tío de William, el Reverendo James Hamilton, cura de la aldea de Trim (distante 20 millas de Dublín). El tío James era en realidad un lingüista sobrehumano, el griego, el latín, el hebreo, el sánscrito, el caldeo, el pali, y el cielo sabe qué otros paganos dialectos, venían a la punta de su lengua tan fácilmente como las lenguas más civilizadas de la Europa continental y de Irlanda. Esta facilidad poliglota desempeñó una parte importante en la precoz y extraordinariamente defectuosa educación del infeliz y

[1] En su tumba figura como fecha de nacimiento, error que obedece a que nació a medianoche en punto. Hamilton, que tenía pasión por los pequeños detalles, eligió el 3 de agosto; pero al final de su vida rectificó, por razones sentimentales, y aceptó el 4.

diligente William, que a la edad de 3 años, habiendo dado ya muestra de su genio, fue separado del afecto de su madre y obligado por su estúpido padre a aprender toda clase de idiomas bajo el experto tutelaje del tío James.

Poco intervinieron los padres de Hamilton en la educación de su hijo, pues la madre murió cuando tenía 12 años y su padre 2 años más tarde. A James Hamilton corresponde el mérito de haber abusado de la capacidad de William para el aprendizaje de lenguas manifiestamente inútiles, y a la edad de 13 años constituyó uno de los ejemplos más notables de monstruosidad lingüística de la historia. El hecho de que Hamilton no se hiciera un insufrible pedante después de esta instrucción equivocada de su tío, atestigua la solidez de su sentido común irlandés. La educación que sufrió debían haber hecho de él un perfecto asno en vez de un hombre de genio.

El relato de los triunfos infantiles de Hamilton podrá parecer una mala novela, pero es cierto: A los tres años leía perfectamente el inglés y tenía grandes conocimientos de Aritmética; a los cuatro fue un buen geógrafo; a los cinco leía y traducía el latín, el griego y el hebreo, y le gustaba recitar versos de Dryden, Collins, Milton y Homero, de este último en griego; a los ocho añadió el dominio del italiano y el francés a su colección, y su dominio del latín le permitía expresar su emoción ante la belleza del paisaje irlandés en hexámetros latinos citando la corriente prosa inglesa le parecía demasiado plebeya para poner de manifiesto sus nobles y exaltados sentimientos; finalmente, antes de cumplir los 10 años estableció los fundamentos firmes para profundizar el estudio de las lenguas orientales, comenzando por el árabe y el sánscrito.

La enumeración de las lenguas conocidas por Hamilton no es aún completa. Cuando William no había cumplido aún 10 años su tío afirmaba: "Su sed por las lenguas orientales es inapagable. Ahora domina la mayor parte de ellas, salvo algunas de menor importancia y relativamente locales. El conocimiento del hebreo, del persa y del árabe, ha sido facilitado por su conocimiento profundo e íntimo del sánscrito. El caldeo y el sirio también le son conocidos, así como el indostánico, el malayo, el mahratta, el bengalí y otros. Va a comenzar el estudio del chino, pero la dificultad de procurarse libros es muy grande. Me cuesta grandes sumas obtenerlos en Londres, pero espero que el dinero no sea mal gastado". A estas palabras sólo nos queda alzar los ojos hacia el cielo y exclámar: ¡Dios mío! ¿Qué se proponían con todo esto?

Teniendo 13 años William podía jactarse de que había aprendido una lengua por cada año de vida. A los 14 compuso una florida bienvenida en persa para el embajador persa que visitaba Dublín, y que le fue comunicada al asombrado personaje. Deseando demostrar sus conocimientos el joven Hamilton quiso ver al embajador, pero el astuto oriental, prevenido por su fiel secretario, lamentó mucho que debido a un molesto dolor de cabeza no "pudiera recibirme (dice Hamilton) personalmente". Quizá el embajador, no se hubiera repuesto aún del banquete oficial. La traducción de la bienvenida es al menos algo terrible, y el saludo tenía que ser lo que podía esperarse de un muchacho de 14 años que toma con devastadora seriedad los pasajes más pegajosos y ampulosos de los poetas persas, imaginándose lo que podría gustarle a un buen oriental que desea echar una cana al aire en Irlanda. Si el joven Hamilton deseaba realmente visitar al embajador debía haberle enviado un arenque salado y no un poema persa.

Salvo por su asombrosa capacidad, por la madurez de su conversación y por su amor poético a la naturaleza en todas sus manifestaciones, Hamilton era como cualquier muchacho normal. Le gustaba nadar y no tenía la palidez interesante, aunque algo repulsiva, del estudioso. Su carácter más que el de un vigoroso muchacho irlandés se caracterizaba por su invariable amabilidad. En la vida ulterior mostró una vez su estirpe irlandesa desafiando a un detractor, que le había llamado embustero, a mortal combate. Pero el asunto fue amigablemente resuelto, y Sir William no tuvo que ser legítimamente contado como uno de los grandes duelistas matemáticos. En otros respectos el joven Hamilton no era un muchacho normal. No podía tolerar el dolor o el sufrimiento de los animales ni de los hombres. Toda su vida Hamilton amó a los animales, y, lo que es más raro, los respetó como iguales.

La redención de Hamilton de su disparatada devoción por las lenguas inútiles comenzó cuando tenía 12 años y se completó antes de que cumpliera los 14. El humilde instrumento elegido por la Providencia para desviar a Hamilton del camino del error, fue el joven calculador americano Zerah Colburn (1804-1839), que a la sazón asistía al *Westminster School* en Londres. Colburn y Hamilton fueron reunidos, esperando que el joven genio irlandés fuera capaz de penetrar en el secreto de los métodos del americano, que el mismo Colburn no comprendía totalmente, (como vimos en el capítulo sobre Fermat). Colburn fue absolutamente franco al exponer sus trucos a Hamilton, quien a su vez mejoró lo que había aprendido. Poco hay de abstruso o de notable en los métodos de Colburn. Sus proezas se basaban en su memoria. Hamilton reconoce la influencia que sobre él ejerció Colburn en una carta escrita cuando tenía 17 años (agosto 1822) a su primo Arthur.

Teniendo 17 años Hamilton había dominado la Matemática, siguiendo el Cálculo integral, y pudo conocer la astronomía matemática, necesaria para ser capaz de calcular los eclipses. Leyó a Newton y a Lagrange. Todo esto constituía una diversión, pues los estudios humanistas eran aún para él los principales. Lo más importante es que había hecho ya "algunos descubrimientos curiosos", que comunicó en carta a su hermana Eliza.

Los descubrimientos a que Hamilton se refiere son probablemente los gérmenes de su primera gran obra. La de los sistemas de rayos en óptica. Es decir cuando cumplió 17 años Hamilton inició su carrera de descubrimientos fundamentales. Ya antes había atraído la atención del doctor Brinkley, profesor de astronomía de Dublín, por el descubrimiento de un error en la demostración propuesta por Laplace del paralelogramo de las fuerzas.

Hamilton jamás asistió a una escuela antes de entrar en la Universidad, pues toda la enseñanza preliminar se debió a su tío y al estudio privado. Su forzada devoción a los estudios humanistas como preparación para los exámenes en el Trinity College de Dublín no absorbieron todo su tiempo, pues el 31 de mayo de 1823 escribía a su primo Arthur: "En óptica he hecho un descubrimiento muy curioso, al menos así me lo parece..."

Si, como se ha supuesto, este descubrimiento se refiere a la "función característica" que Hamilton nos describe, muestra que su autor, como algunos otros matemáticos, se caracterizó por su particular precocidad. El 7 de julio de 1823, el joven Hamilton ocupó el primer puesto entre 100 candidatos en los exámenes del Trinity College. Su fama le precedía, y como se esperaba fue pronto una celebridad. En efecto, sus conocimientos humanistas y matemáticos cuando todavía no había obtenido su título excitaron la curiosidad de los círculos académicos en Inglaterra y Escocia, así como de Irlanda, y algunos pensaron que había aparecido un segundo Newton. Fácil es imaginar todos los triunfos cosechados antes de terminar su carrera. Obtuvo prácticamente todos los premios y logró los más altos honores, tanto en los estudios humanistas como en la Matemática. Pero, lo que es más importante que todos esos triunfos, completó la parte primera de su memoria, que marca una época, sobre el sistema de rayos. "Este joven, hizo notar el Dr. Brinkley cuando Hamilton presentó su memoria a la Academia Real Irlandesa, no será, sino que es el primer matemático de su época".

Sus intensos trabajos para mantener su brillante expediente académico y las horas empleadas más provechosamente en la investigación no absorbieron todas las superabundantes energías del joven Hamilton. A los 19 años tuvo la primera de sus tres grandes aventuras amorosas. Consciente de su propia "indignidad" especialmente en lo que se refiere a sus perspectivas materiales, William se contentaba con escribir poemas a la dama de sus pensamientos, con el natural resultado de que un hombre más prosaico se casara con la muchacha. En los primeros días de mayo de 1825, Hamilton supo por boca de la madre de su amada que ésta se había casado con su rival. Podemos formarnos una idea de la conmoción que experimentó el joven teniendo en cuenta el hecho de que Hamilton, un hombre profundamente religioso para quien el suicidio era un pecado mortal, intentó poner fin a sus días. Por fortuna para la ciencia encontró su alivio en otro poema. Toda su vida Hamilton fue un prolífico versificador, pero su verdadera poesía, como dijo a su amigo y ardiente admirador William Wordsworth, era la Matemática. En esto todos los matemáticos están conformes.

Hablaremos ahora de algunas de las grandes amistades de Hamilton con algunos de los literatos más brillantes de su día, los poetas Wordsworth, Southe y Coleridge, y la llamada escuela lakista, Aubrey de Vere y la novelista didáctica María Edgeworth. Wordsworth y Hamilton se encontraron por primera vez con ocasión de un viaje de este último en septiembre de 1827 al distrito inglés de los lagos. Habiendo visitado a Wordsworth para "tomar el té", Hamilton y el poeta ambularon de una parte a otra toda la noche, intentando cada uno de ellos dejar en su casa al otro. Al día siguiente Hamilton envió a Wordsworth un poema de noventa líneas que el poeta podría muy bien haber gorjeado en uno de sus vuelos menos inspirados. Como es natural, a Wordsworth no le agradó el inconsciente plagio del joven matemático, y después de un tibio elogio comunicó al esperanzado autor que "la técnica (¿qué otra cosa podía esperarse de un escritor tan joven?) no era la que debía ser". Dos años más tarde, cuando Hamilton estaba ya instalado en el observatorio de Dunsink, Wordsworth le devolvió la visita. Eliza, la hermana de Hamilton, al ser presentada al poeta, se sintió "parodiando involuntariamente las primeras líneas de su propio poema *Yarrow Visited,*

> *¡Y éste es Wordsworth! éste es el hombre*
> *de quien mi fantasía acarició*
> *tan fielmente un sueño en la vigilia,*
> *¡una imagen que ha perecido!"*

Uno de los grandes beneficios obtenidos por la visita de Wordsworth fue que Hamilton se diera cuenta al fin de que "su camino debía ser el camino de la ciencia y no el de la poesía; que debía renunciar a la esperanza de cultivar ambas, y que por tanto debía resignarse a despedirse dolorosamente de la poesía". En una palabra, Hamilton comprendió la manifiesta verdad de que no había en él una chispa de poesía, en el sentido literario. De todos modos continuó versificando durante toda su vida. La opinión de Wordsworth respecto a la inteligencia de Hamilton era muy elevada. En efecto, dijo en una ocasión que sólo dos hombres habían producido en él un sentimiento de inferioridad, Coleridge y Hamilton.

Hamilton no conoció a Coleridge hasta 1832, cuando el poeta había quedado reducido a una imagen espuria de un mediocre metafísico alemán. De todos modos cada uno de ellos estimaba en mucho la capacidad del otro, pues Hamilton, había sido durante largo tiempo un devoto estudioso de Kant. En efecto, la especulación filosófica fascinó siempre a Hamilton, y en una ocasión declaró ser un sincero creyente, intelectual, pero no internamente, del idealismo desvitalizado de Berkeley. Otro lazo entre ambos fue su preocupación por la faceta teológica de la filosofía (si existe tal faceta), y Coleridge favoreció a Hamilton con sus rumias semidigeridas sobre la Santísima Trinidad, que enriquecieron los conocimientos del devoto matemático.

La terminación de los estudios de Hamilton en el *Trinity College* fue aún más espectacular que en su comienzo; en realidad es única en los anales universitarios. El Dr. Brinkley renunció a su cátedra de astronomía al ser nombrado Obispo de Cloyne. Siguiendo la costumbre británica, la vacante fue anunciada, y se presentaron varios distinguidos astrónomos, entre ellos George

Biddell Airy (1801-1892), más tarde astrónomo real de Inglaterra. Después de alguna discusión, la Junta Directiva eligió unánimemente a Hamilton para la cátedra, aunque tan sólo tenía entonces 22 años (1827). "Recto se abría ante él el camino dorado", y Hamilton resolvió no defraudar las esperanzas de sus entusiastas electores. Desde los 14 años tenía pasión por la astronomía, y en una ocasión, siendo muchacho, señaló el observatorio situado en la colina de Dunsink afirmando que si le dieran a elegir ése sería el lugar donde más le gustaría vivir. Ahora, teniendo 22 años, se había realizado su ambición. Todo lo que tenía que hacer era seguir adelante. Se inició brillantemente. Aunque Hamilton no era un astrónomo práctico, y aunque su ayudante era incompetente, estas dificultades no eran graves. En su cargo del Observatorio de Dunsink jamás podría aspirar a ser una figura importante en la astronomía moderna, y Hamilton decidió sabiamente dedicar sus principales esfuerzos a la Matemática. A los 23 años publicó el complemento "a los curiosos descubrimientos" que había hecho cuando tenía 17, la parte I de *Una teoría de los sistemas de rayos,* la gran obra que es para la óptica lo que la Mecanique analytique de Lagrange es para la mecánica, y que en manos de Hamilton se iba a extender hasta la dinámica, dando a la ciencia fundamental lo que es quizá su forma decisiva y perfecta.

Las técnicas que Hamilton introdujo en la Matemática aplicada en esta su primera obra maestra, son hoy indispensables en la física matemática, y el objeto de muchas investigaciones en diferentes ramas de la física teórica ha sido reunir el conjunto de la teoría en un principio hamiltoniano. Esta magnífica obra es la que dio lugar a que Jacobi 14 años más tarde, en la reunión celebrada en Manchester, en 1842, por la *British Association,* afirmara que "Hamilton es el Lagrange de vuestro país", refiriéndose a los pueblos de habla inglesa. Como Hamilton mismo se tomó el trabajo de describir la esencia de sus nuevos métodos en términos comprensibles para los no especialistas, citaremos algunos de los párrafos de su obra presentada a la *Royal Irish Academy,* el 23 de abril de 1827.

"Un rayo, en óptica, debe ser considerado como una línea recta o flexionada o curvada a lo largo de la cual se propaga la luz; y un sistema de rayos como una colección o agregado de tales líneas, relacionado por algún lazo común, alguna semejanza de origen o producción, brevemente alguna unidad óptica. Así, los rayos que divergen desde un punto luminoso componen un sistema óptico, y, después que se han reflejado en un espejo, componen otro. Investigar las relaciones geométricas de los rayos de un sistema del cual conocemos (como en estos casos simples) el origen óptico y la historia, inquirir cómo se disponen entre sí, cómo divergen o convergen o son paralelos, qué superficies o curvas tocan o cortan y bajo qué ángulo, cómo pueden combinarse en haces parciales, y cómo cada rayo en particular puede ser determinado y distinguido de los restantes, significa estudiar ese sistema de rayos. Generalizar este estudio del sistema, de modo que podamos pasar, sin cambiar de plan, al estudio de otros sistemas, asignar reglas generales y un método general para que estas disposiciones ópticas separadas puedan relacionarse y armonizarse entre sí, es formar una *Teoría de los sistemas de rayos.* Finalmente, hacer esto en tal forma que pueda recurrirse a la Matemática moderna, reemplazando figuras por funciones y diagramas por fórmulas, es construir una teoría algebraica de tales sistemas o una *Aplicación del Álgebra* a la *óptica.*

"Para llegar a tal aplicación es natural y hasta necesario emplear el método introducido por Descartes para la aplicación del Álgebra a la Geometría. El gran matemático filósofo concibió la posibilidad y empleó el plan de representar algebraicamente la posición de cualquier punto en el espacio por tres coordenadas, que responden respectivamente a la distancia a que el punto se halla, en las tres direcciones rectangulares (Norte y Sur, Este y Oeste), de algún punto a origen fijo elegido o aceptado para ese fin; las tres dimensiones del espacio reciben así sus tres equivalentes algebraicos, sus concepciones y símbolos apropiados en la ciencia, general de la progresión [orden]. Un plano o superficie curva se define así algebraicamente considerando como su ecuación la relación que enlaza las tres coordenadas de cualquier punto sobre él, y común a todos esos puntos; y una línea, recta o curva, se expresa siguiendo el mismo método, asignando esas dos relaciones, correspondiente a dos superficies de las cuales la línea puede ser considerada corno la intersección. De esta forma es posible realizar investigaciones generales respecto a las superficies y curvas, y descubrir propiedades comunes a todas mediante investigaciones generales que se refieren a ecuaciones entre tres números variables. Todo problema geométrico puede ser, al menos, algebraicamente expresado, si es que no resuelto, y todo perfeccionamiento o descubrimiento en Álgebra se hace susceptible de aplicación o interpretación en Geometría. Las ciencias del espacio y del tiempo (adoptando aquí un concepto de Álgebra que yo me he aventurado a proponer en otro lugar) se entretejen íntimamente y se relacionan indisolublemente entre sí. De aquí que sea casi imposible perfeccionar una de esas ciencias sin perfeccionar también la otra. El problema de trazar tangentes a las curvas conduce al descubrimiento de las fluxiones o diferenciales; el de la rectificación y cuadratura a la inversión de fluentes o integrales; la investigación de la curvatura de superficies requiere el cálculo de diferenciales parciales; los problemas de isoperímetros dan lugar a la formación del cálculo de variaciones. Y, recíprocamente, todos esos grandes pasos en la ciencia algebraica tienen inmediatamente sus aplicaciones a la Geometría y conducen al descubrimiento de nuevas relaciones entre puntos o líneas o superficies. Pero aun cuando las aplicaciones del método no hubieran sido tan variadas e importantes, se obtendría un gran placer intelectual en su contemplación como tal método.

"La primera aplicación importante del método algebraico de las coordenada, al estudio de los sistemas ópticos fue hecho por Malus, un oficial de ingenieros francés del ejército de Napoleón en Egipto, y que adquirió celebridad en la historia de la óptica física como descubridor de la polarización de la luz por reflexión. Malus presentó al Instituto de Francia, en 1807, un profundo trabajo matemático del tipo antes aludido, titulado *Traité d'Optique*. El método empleado en ese tratado puede ser descrito así: La dirección de un rayo recto de cualquier sistema óptico final se considera dependiente de la posición de algún punto asignado sobre el rayo, de acuerdo con alguna ley que caracteriza el sistema particular y le distingue de los demás; esta ley puede ser algebraicamente expresada asignando tres expresiones para las tres coordenadas de algún otro punto del rayo, como funciones de las tres coordenadas del punto propuesto. En consecuencia, Malus introduce símbolos generales que denotan esas tres funciones (o al menos tres funciones equivalentes a éstas) y procede a deducir varias conclusiones generales importantes por cálculos muy complicados; muchas de estas conclusiones, así como algunas otras, fueron también obtenidas más tarde por mí cuando por un método casi similar, sin saber lo que Malus había hecho, comencé mi ensayo de aplicar el Álgebra a la óptica. Pero mis investigaciones pronto me condujeron a sustituir este método de Malus por otro muy diferente y mucho más *apropiado* para el estudio de los sistemas ópticos. En él, en lugar de emplear las *tres* funciones antes mencionadas, o al menos sus dos razones, es suficiente emplear una función, que llamo característica o principal y así, mientras Malus hace sus deducciones trabajando con las *dos ecuaciones* de un rayo, yo establezco y empleo, en cambio, una ecuación de un *sistema*.

"La función que he introducido para este fin, y que constituye la base de mi método de deducción en óptica matemática, se ha presentado, en otros respectos, a los anteriores autores como expresión del resultado de una inducción muy elevada y general en esa ciencia. Este conocido resultado suele llamarse la *ley de* mínima acción y también el principio del tiempo mínimo, [véase el capítulo sobre Fermat], y abarca todo lo que hasta ahora se ha descubierto respecto a las reglas que determinan las formas y posiciones de las líneas a lo largo de las cuales se propaga la luz, y los cambios de dirección de esas líneas producidos por reflexión o refracción ordinaria o extraordinaria (la última al pasar por un cristal de doble refracción como el espato de Islandia, en el cual cada rayo se desdobla en dos, ambos refractados, al penetrar en el cristal). Cierta cantidad, que en una teoría física es la acción y en otra el tiempo, empleada por la luz al pasar desde un punto a otro segundo punto, resulta menor que si la luz pasara por cualquiera otra ruta que no fuera su camino real, o al menos tiene lo que técnicamente se llama su variación nula, manteniéndose invariables los extremos del camino. La novedad matemática del método consiste en considerar esta cantidad como una función de las coordenadas de estos extremos, la cual varía cuando ellas varían, de acuerdo con la ley que he llamado la *ley de la acción variable;* reduciendo todas las investigaciones respecto a los sistemas ópticos del rayo al estudio de esta única función; una reducción que presenta a la óptica matemática bajo un concepto completamente nuevo, y análogo, (en mi opinión) al aspecto bajo el cual Descartes presentó la aplicación del Álgebra a la Geometría".

Nada necesitamos añadir a estos párrafos de Hamilton, salvo la posible observación de que ninguna ciencia, por claramente que se exponga, se comprende tan fácilmente como cualquier novela, por mal escrita que esté. Los párrafos exigen una segunda lectura.

En esta gran obra sobre el sistema de los rayos Hamilton hizo una construcción superior a las anteriores. Casi exactamente un siglo después de haber sido escrito el párrafo mencionado pudo verse que los métodos que Hamilton introdujo en la óptica eran justamente los requeridos en la mecánica ondulatorio asociada con la teoría moderna de los cuantos y con la teoría de la estructura atómica. Puede recordarse que Newton defendía una teoría de la luz corpuscular o por emisión, mientras que Huygens y sus sucesores, hasta casi nuestros días, buscaron explicar los fenómenos de la luz valiéndose de una teoría de las ondas. Ambos puntos de vista fueron unidos y, en un sentido puramente matemático, reconciliados en la moderna teoría de los cuantos: emitida en los años 1925 1926. En 1834, cuando tenía 28 años, Hamilton realizó su ambición de extender los principios que había formulado para la óptica a toda la dinámica.

La teoría de los rayos de Hamilton, poco después de su publicación, cuando su autor tenía 27 años, tuvo uno de los más rápidos y más espectaculares triunfos obtenidos por la Matemática. La teoría tiene por objeto explicar fenómenos del Universo físico real, como se observan en la vida diaria en los laboratorios científicos. A no ser que una teoría matemática sea capaz de predicciones que los experimentos comprueban más tarde, no es superior a un diccionario conciso de los problemas que sistematiza, y es casi seguro que pronto será sustituida por una descripción más imaginativa que no revela su completa significación a un primer examen. Entre las famosas predicciones que han comprobado el valor de las teorías matemáticas verdaderas en la ciencia física, podemos recordar tres: el descubrimiento matemático hecho por John Couch Adams (1819-1892) y Urbain-Jetbn-Joseph LeveTrier (1811-1877) del planeta Neptuno, independientemente y casi al mismo tiempo en 1845, basándose en un análisis de las perturbaciones del planeta Urano de acuerdo con la teoría newtoniana de la gravitación; la predicción matemática de las ondas inalámbricas por James Clerk Maxwell (18311879) en 1864 como una consecuencia de su propia teoría electromagnética de la luz; y, finalmente, la predicción de Einstein, en 1915-16, de su teoría de la relatividad general, basándose en la desviación de un rayo de luz en un campo gravitatorio, confirmada primeramente por las observaciones del eclipse solar en el histórico 29 de mayo de 1919, y su predicción, basada también en esa teoría, de que las líneas espectrales en la luz procedente de un cuerpo, serían desviadas hacia el extremo rojo del espectro, en una cantidad que Einstein estableció. Los dos últimos ejemplos, el de Maxwell y el de Einstein, son de un tipo diferente del primero. Ambos fenómenos totalmente *desconocidos e imprevistos,* fueron predichos matemáticamente; es decir, estas predicciones fueron cualitativas. Tanto Maxwell como Einstein ampliaron sus predicciones cualitativas con precisas predicciones cuantitativas que excluyeron el valor de simple conjetura a sus profecías cuando fueron finalmente comprobadas experimentalmente.

La predicción de Hamilton de lo que se llama refracción cónica en óptica fue de ese mismo tipo cualitativo y al mismo tiempo cuantitativo. De su teoría de los sistemas de rayos predijo matemáticamente que se encontraría un conjunto de fenómenos inesperados en relación con la refracción de la luz en los cristales biaxiales. Mientras terminaba el tercer suplemento a su memoria sobre los rayos, quedó sorprendido por un descubrimiento que describe del siguiente modo:

"La ley de la reflexión de la luz en los espejos ordinarios parece haber sido conocida por Euclides; la de la refracción ordinaria en una superficie de agua, vidrio u otro medio no cristalizado fue descubierta en una fecha muy posterior por Snellius; Huygens descubrió y Malus, confirmó la ley de la refracción extraordinaria producida por cristales uniaxiales, como el espato de Islandia, y, finalmente, la ley de la doble refracción extraordinaria en las caras de cristales biaxiales, como el topacio o la aragonita fue observada en nuestros días por Fresnel. Pero, hasta en estos casos de refracción extraordinaria o cristalina se observa o se sospecha que no existen más de dos rayos refractados, salvo la teoría de Cauchy, en la que puede ser posible un tercer rayo, aunque probablemente imperceptible para nuestros sentidos. Sin embargo, el profesor Hamilton, investigando por su método general las consecuencias de la ley de Fresnel, fue llevado a concluir que en ciertos casos, que él determina, debe haber no ya dos o tres, y ni siquiera un número finito, sino un número infinito o un cono de rayos refractados dentro de un cristal biaxial, que corresponde a y resulta de un sólo rayo incidente; y que en otros casos un único rayo dentro de tal cristal daría lugar a un infinito número de rayos emergentes, dispuestos en otro cono. Por tanto, basándose en la teoría pudo anticipar nuevas leyes de la luz, a las cuales dio los nombres de refracción cónica interna y *ex*terna".

La predicción y su comprobación experimental por Humphrey Lloyd despertó la ilimitada admiración para el joven Hamilton por parte de quienes podían apreciar lo que había hecho. Airy, su anterior rival para la cátedra de astronomía, considera así el descubrimiento de Hamilton: "Es posible que la predicción más notable que haya sido hecha, sea la realizada últimamente por el profesor Hamilton". Hamilton mismo consideró esta predicción y otras similares como "un resultado subordinado y secundario" comparado con el gran objeto que se hallaba ante su vista para introducir la armonía y unidad en las contemplaciones y razonamientos de la óptica, considerada como una rama de la ciencia pura".

Según algunos este triunfo espectacular puede considerarse como la pleamar de la carrera de Hamilton, y después de su gran obra sobre óptica y dinámica la marea va bajando. Otros, particularmente los que pertenecen a la llamada la encumbrada iglesia de los cuaternios, mantienen que la máxima obra de Hamilton no se había producido aún, la creación de lo que Hamilton mismo considera su obra maestra, merecedora de inmortalidad, su teoría de los cuaternios. Dejando los cuaternios por el momento, podemos simplemente afirmar que desde sus 27 años hasta su muerte, ocurrida a los 6Q, dos desastres hacen estragos en la carrera científica de Hamilton. Su matrimonio y el alcohol. El segundo fue, aunque no totalmente, una consecuencia de su desventurado matrimonio.

Después de una segunda desgraciada aventura amorosa que tuvo un desenlace vulgar pero que el protagonista tomó muy a pecho, Hamilton se casó con su tercera novia, Helen María Bayley, en la primavera de 1833. Tenía entonces 28 años. La novia era la hija de la viuda de un pastor de la ciudad. Helen tenía "un aspecto agradable y distinguido y produjo sobre Hamilton una favorable impresión por su naturaleza sincera y por los principios religiosos que Hamilton sabía que su novia atesoraba, aunque a estas recomendaciones no se añadía una particular belleza del rostro ni una particular inteligencia". Ahora bien, cualquier necio puede decir la verdad, y si la verdad es todo lo que pueda distinguir a un necio, quien contraiga matrimonio con una mujer de este tipo pagará cara su indiscreción. En el verano de 1832, Miss Bayley "sufrió una peligrosa enfermedad..., y este acontecimiento produjo sin duda en el enamorado Hamilton pensamientos especiales hacia ella en forma de un deseo de que se restableciera; al pasar el tiempo (justamente al romper sus relaciones con la muchacha a la que realmente amaba), cuando se vio obligado a renunciar a su anterior pasión, el camino quedó preparado para tener sentimientos más tiernos y cálidos". Brevemente, Hamilton quedó unido a aquella mujer enferma que iba a ser una semi-inválida para el resto de su vida, y que por su incompetencia o mala salud dejó a su marido en manos de los sucios sirvientes que hacían en la casa lo que querían. Algunas habitaciones, especialmente el estudio de Hamilton, quedaron convertidos en una pocilga. Hamilton necesitaba una mujer enérgica, que supiera poner en orden su casa en lugar de unirse a una mujer débil. Diez años después de su matrimonio Hamilton, siguiendo este resbaladizo camino, se dio cuenta, con una brutal conmoción, de que se había equivocado. Cuando era joven comía y bebía abundantemente en los banquetes y hacía gala de sus grandes dotes para la elocuencia y la jovialidad. Después de su matrimonio sus comidas eran irregulares, y adquirió el hábito de trabajar 12 a 14 horas de un tirón, tomando simplemente alimentos líquidos.

Se discute si la inventiva matemática se acelera o se retarda por el moderado uso del alcohol, y hasta que se realice una completa serie de experimentos bien *comprobados* esta duda continuará, como en cualquier otra investigación biológica. Si, como algunos mantienen, la vena poética y matemática son afines, es dudoso que el razonable uso alcohólico sea perjudicial para la Matemática; en efecto, existen numerosos ejemplos bien comprobados que atestiguan lo contrario. Es sabido que en el caso de los poetas el "vino y el canto" marchan juntos, y en al menos un caso, el de Sivinburne, sin el primero el segundo se marchitaba casi completamente. Los matemáticos hacen frecuentemente mención del terrible esfuerzo que exige la prolongada concentración sobre una dificultad, y algunos han encontrado que el alcohol puede producir una marcada mejoría. Pero el pobre Hamilton rápidamente superó esa fase, y no sólo en el retiro de su estudio, sino también en la publicidad de los banquetes. En efecto, se embriagó en un banquete de hombres de ciencia. Dándose cuenta de que se había excedido, resolvió no volver a probar el alcohol, y durante dos años mantuvo su resolución. Más tarde, durante una reunión científica en las propiedades de Lord Rosse (dueño del telescopio más grande y más inútil que ha existido), su antiguo rival Airy se burló porque Hamilton sólo bebía agua. Hamilton entonces bebió todo lo que quiso, que fue más que suficiente. A pesar de este obstáculo, su carrera fue brillante, aunque es probable que hubiera podido ir más lejos y haber llegado a una altura mayor que a la que llegó. No obstante alcanzó una altura envidiable, y dejamos a los moralistas deducir la moraleja.

Antes de considerar lo que Hamilton estima como su obra maestra, resumiremos brevemente los honores principales que recibió. A los 30 años desempeñó un cargo importante en la Asociación británica para el progreso de la ciencia, previa la ceremonia de ritual: en su reunión de Dublín y por entonces el Gobernador de Irlanda le armó caballero, tocándole en ambos hombros con la espada del Estado le dijo, "Arrodillaos, profesor Hamilton", y luego, añadió: "Alzaos, Sir William Rowan Hamilton". Esta fue una de las pocas ocasiones en la que Hamilton no supo qué decir. A los 30 años fue nombrado presidente de la Real Academia Irlandesa, y a los 38 le fue asignada una pensión vitalicia de 200 libras por año, concedida por el gobierno británico, siendo entonces Premier Sir Robert Peel, quien sentía poco afecto por Irlanda. Poco después de esto Hamilton realizó su descubrimiento capital, los cuaternios.

Un honor que le produjo mayor satisfacción que todos los hasta entonces recibidos fue el último, cuando ya se hallaba en su lecho de muerte: su elección como primer miembro extranjero de la

Academia Nacional de Ciencias de los Estados Unidos, fundada durante la guerra civil. Este honor fue concedido en reconocimiento de su obra sobre los cuaternios, que por alguna razón desconocida produjo entre los matemáticos americanos de aquel tiempo (sólo había uno o dos, siendo el principal Benjamín Peirce de Harvard) una conmoción más profunda que las restantes matemáticas británicas desde los Principia de Newton. La precoz popularidad de los cuaternios en los Estados Unidos tiene algo de misterioso. Posiblemente la pomposa elocuencia de las *Lectures* on *Quaternions* cautivó el gusto de una joven y vigorosa nación, que tenía aún que curarse de su morbosa afición a la oratoria senatorial y a los fuegos artificiales del 4 de julio.

Los cuaternios tienen una historia demasiado larga para poder ser expuesta aquí. El mismo Gauss, con su anticipación en 1817 no fue el primero; Euler le precedió con un resultado aislado, que es interpretado más fácilmente acudiendo a los cuaternios. El origen de los cuaternios puede remontarse mucho más lejos, y Augustus de Morgan, aunque jocosamente, ofreció trazar su historia para Hamilton desde los antiguos hindúes hasta la reina Victoria.

Sin embargo, en este lugar tan sólo nos interesa la parte debida a Hamilton.

La escuela inglesa de algebristas, como veremos en el capítulo sobre Boole, colocó el Álgebra común sobre su correcta base durante la primera mitad del siglo XIX. Anticipándose al procedimiento corrientemente aceptado para desarrollar cualquier rama de las matemáticas fundó cuidadosa y rigurosamente el Álgebra *por postulados.* Antes de esto, las diversas clases de "números", fraccionarlos, negativos, irracionales que intervienen en la Matemática cuando se acepta que todas las ecuaciones algebraicas tienen raíces, tenían que funcionar precisamente en el mismo plano que los enteros positivos comunes, que por costumbre eran considerados por todos los matemáticos como "naturales", al par que se experimentaba la vaga sensación de que podían ser completamente comprendidos, aunque ni siquiera hoy lo son, como veremos al ocuparnos de la obra de Georg Cantor. Esta ingenua fe en la coherencia de un sistema fundado sobre el formal y ciego juego de los símbolos matemáticos puede haber sido sublime, pero también es ligeramente idiota. El punto culminante de esta credulidad fue el conocido principio de permanencia *de las leyes formales* que establece, en efecto, que un sistema de reglas que producen resultados consecuentes para un tipo de números, es decir los enteros positivos, continuarán siendo válidos cuando se aplican a cualquier otra clase, o sea a los imaginarios, hasta en el caso en que no puede darse una interpretación a los resultados. No es, pues, sorprendente que esta fe en la integridad de los símbolos sin significación conduzca con frecuencia al absurdo. La escuela inglesa modificó todo esto, aunque fue incapaz de dar el paso final, y *demostrar* que sus postulados para el Álgebra común jamás conducen a una contradicción. Ese paso fue dado únicamente en nuestra propia generación por los investigadores alemanes sobre los fundamentos de la Matemática. A este respecto debemos recordar que el Álgebra sólo se ocupa de procesos *finitos*; cuando intervienen procesos *infinitos,* por ejemplo al sumar una serie infinita, lanzamos al Álgebra hacia otro terreno. Por tanto, el Álgebra titulada elemental contiene muchas cosas, las progresiones geométricas infinitas, por ejemplo, que no son Álgebra en la moderna significación de la palabra.

La naturaleza de lo que Hamilton hizo en su creación de los cuaternios se apreciará más claramente acudiendo a un sistema de postulados (tomados de L. E. Dickson: Algebras and *Their Arithmetics,* Chicago 1923), del Álgebra común, o, como técnicamente se llama, a un campo (los autores ingleses usan algunas veces la palabra corpus como el equivalente del alemán *Körper* o el francés *corps).*

"Un campo F es un sistema compuesto de un conjunto *S* de elementos a, *b, c,...* y dos operaciones, llamadas adición y multiplicación, que pueden ser realizadas sobre dos elementos cualesquiera (iguales o distintos) *a* y *b* de *S*, tomados en ese orden, para producir únicamente elementos determinados a $\oplus$ b y a $\otimes$ b de *S* tales que satisfagan los postulados I - V. Para simplificar escribiremos $a + b$ en vez de $a \oplus b$ y *ab* en vez de $a \otimes b$, y los llamaremos la suma y el producto, respectivamente, de *a* y *b*. De todos modos, los elementos de *S* serán llamados elementos de *F*.

I. Si *a* y *b* son dos elementos cualesquiera de *F*, $a + b$ y *ab* son elementos determinados de *F*, y

$$b + a = a + b$$
$$ba = ab.$$

II. Si a, b, c, son tres elementos de F,

$$(a + b) + c = a + (b + c),$$
$$(ab)c = a(bc),$$
$$a(b + c) = ab + ac.$$

III. Existen en *F* dos elementos distintos, que se representan por 0 y 1, tales que si a es un elemento de *F*, $a + 0 = a$, a1 = a (de aquí $0+ a = a$, $1a = a$, en virtud de I).

IV. Cualquiera que sea el elemento *a* de *F*, existe en *F* un elemento *x* tal que $a + x = 0$ (de aquí $x + a = 0$ en virtud de l).

V. Cualquiera que sea el elemento a (distinto de 0) de F, existe ,en F un elemento y tal que ay = 1 (de aquí ya = 1, en virtud de I).

De estos simples postulados se deduce la totalidad del Álgebra ordinaria. Unas cuantas palabras acerca de algunos de los enunciados pueden ser útiles para aquellos que desde hace tiempo no se ocupan del Álgebra. En II, el enunciado

$$(a + b) + c = a + (b + c),$$

se llama la ley asociativa de la adición, o sea que si se suma *a* y *b* y a esta suma se añade el resultado es el mismo que si se suma a *a*, a suma de *b* y *c*. Lo mismo ocurre respecto de la multiplicación para el segundo postulado enunciado en II. El tercer enunciado en II se llama la *ley distributiva.* En III, se postula la existencia del "cero" y de la "unidad"; en IV, se admite la existencia de los números negativos, y la primera observación entre paréntesis en V, impide la "división por cero". Las exigencias del postulado I se llaman las *leyes conmutativas de* adición y multiplicación respectivamente.
Tal sistema de postulados puede ser considerado como una destilación de la experiencia. Siglos de trabajo con los números y la obtención de resultados útiles siguiendo las reglas de la Aritmética, a las que se llegó empíricamente, sugieren la mayor parte de las reglas sintetizadas en esos postulados precisos, pero una vez comprendidas las sugestiones de la experiencia, la interpretación (Aritmética común) proporcionada por la experiencia es deliberadamente

suprimida u olvidada, y el sistema definido por los postulados se desarrolla abstractamente por sus propios medios, por la vía lógica común más matemática.

Obsérvese en particular el postulado IV que admite la *existencia* de los números negativos. No intentaremos deducir la existencia de negativos con el mismo comportamiento que los positivos. Cuando los números negativos aparecieron por primera vez en la experiencia, como en el "debe" en lugar del "haber", provocaron el mismo horror que las monstruosidades "no naturales" que más tarde serían los números "imaginarios" $\sqrt{-1}$, $\sqrt{-2}$, etc., que surgen de la solución *formal* de ecuaciones como $x^2 + 1 = 0$, @ $x^2 + 2 = 0$, etc.

Si el lector se remonta a lo que Gauss hizo para los números complejos, apreciará mejor la mayor simplicidad del camino seguido por Hamilton para despojar a los "imaginarios" de su misterio inocente, puramente imaginario. Esta cosa tan sencilla fue uno de los pasos que condujo a Hamilton a sus cuaternios, aunque estrictamente nada tenga que ver con ellos. Es el *método* y el *punto de vista* que existe tras esta ingeniosa refundición del Álgebra de los números complejos los que tienen importancia para las consecuencias.

Si como es usual i denota $\sqrt{-1}$, un "número complejo" es un número del tipo $a + bi$, donde a, b son "números reales", o si se prefiere, y de modo más general, elementos del campo F definido por los postulados mencionados. En lugar de considerar $a + bi$ como un "número", Hamilton lo concibe como una pareja ordenada de "números", y designa esta pareja escribiendo (a, b). Luego define la *suma* y el *producto* de estas parejas, como sugieren las reglas *formales* de combinación sublimadas por la experiencia de los algebristas al tratar números complejos, *como si* las leyes de la Álgebra ordinaria tuvieran aplicación para ellos. Una ventaja de esta nueva forma de considerar los números complejos era ésta: las definiciones de suma y producto de las parejas serían ejemplos de las definiciones abstractas generales de suma y producto como en un campo. De aquí que si se demuestra la coherencia del sistema definido por los postulados para un campo, igual se deduce, sin nueva prueba, para los números complejos y las reglas usuales en virtud de las cuales se combinan. Será suficiente exponer las definiciones de suma y producto en la teoría de los números complejos de Hamilton considerados como parejas (a, b), (c, d), etc.

La suma de (a, b) y (c, d) es $(a + c; b + d)$; su *producto* es $(ac - bd, ad + bc)$. En el último, el signo menos es como en un campo; o sea el elemento x postulado en IV se denota por $-a$. Para los 0, 1 de un campo corresponden aquí las parejas (0,0), (1,0). Con estas definiciones se comprueba fácilmente que las parejas de Hamilton satisfacen todos los postulados enunciados para un campo. Pero también están de acuerdo con las reglas formales para tratar los números complejos. Así, para (a, b), (c, d) corresponden respectivamente $a + bi$, $c + di$, y la "suma" formal de estos dos es $(a + c) + (b + d)i$, a la cual corresponde la pareja $(a + c; b + d)$. Además, la multiplicación formal de $a + bi$, $c + di$ da $(ac - bd) + (ad + bc)i$, a la cual corresponde la pareja $(ac - bd; ad + bc)$. Si todo ello resulta nuevo al lector tendrá que repetir la lectura, y esto constituye un ejemplo de la forma en que la Matemática moderna elimina el misterio. Siempre que quede alguna traza de misterio unida a cualquier concepto, ese concepto no es matemático.

Habiendo considerado los números complejos como parejas o pares, Hamilton intentó extender este recurso a los números de tres y cuatro componentes reales. Sin una idea de lo que se trata de lograr, tal empresa parece vaga y carente de significación. El objeto de Hamilton fue inventar un Álgebra que fuera para las rotaciones en el espacio de *tres* dimensiones lo que los números complejos son para las rotaciones en el espacio de *dos* dimensiones, siendo los espacios, en ambos casos, euclidianos, como en la Geometría elemental. Ahora, un número complejo $a + bi$ puede ser considerado como representando un *vector*, es decir, un segmento lineal que tiene *longitud y dirección*, como se aprecia en la figura en el que el segmento indicado por la flecha representa el vector OP.

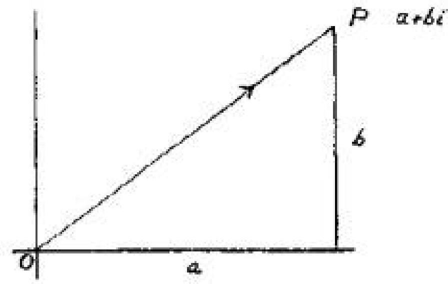

Figura 1

Pero al intentar simbolizar el comportamiento de los vectores en el espacio tridimensional para conservar aquellas propiedades de los vectores que se visan en física, particularmente en la combinación de rotaciones, Hamilton tropezó durante años con una dificultad imprevista, cuya verdadera naturaleza no pudo sospechar en mucho tiempo. Podemos examinar de pasada una de las claves que siguió. La que le guió, según él insistía, tiene la particularidad de que ahora es considerada, casi universalmente, como un absurdo, o al menos como una especulación metafísica sin fundamento en la historia o en la experiencia matemática.

Objetando la fórmula puramente abstracta postulacional del Álgebra defendida por los ingleses contemporáneos suyos, Hamilton intentó fundar el Álgebra sobre algo "más real", y para esta empresa, en realidad sin significación, partió de sus conocimientos de los conceptos erróneos de Kant, explotados por la creación de la Geometría no-euclidiana del espacio como una "forma pura de intuición sensorial". En efecto, Hamilton, que parece desconocer la Geometría no-euclidiana, siguió a Kant al creer que "tiempo y espacio son dos fuentes de conocimiento de las cuales pueden derivarse diversos conocimientos sintéticos a priori. De esto, la matemática pura da un espléndido ejemplo en el caso de nuestro conocimiento del espacio y sus variadas relaciones. Como en ambos casos se trata de formas puras de intuición sensorial, hacen posible las proposiciones sintéticas a priori". Como es natural, cualquier matemático no excesivamente ignorante de hoy sabe que Kant estaba equivocado en su concepción de la Matemática, pero en el año 1840, cuando Hamilton abría camino a los cuaternios, la filosofía kantiana de la Matemática aun tenía un sentido para aquéllos, y eran casi todos los que no habían oído hablar de Lobatchewsky. Hamilton aplicó la doctrina kantiana al Álgebra, y dedujo la notable conclusión de que dado que la Geometría es la ciencia del espacio y dado que el tiempo y el espacio son "formas de intuición puramente sensoriales", el resto de la Matemática debe pertenecer al tiempo, y empleó gran parte de su tiempo elaborando la extraña doctrina de que *el Álgebra es* la ciencia *del tiempo puro.*

Esta excentricidad ha atraído a muchos filósofos, y recientemente ha sido exhumada y solemnemente analizada por los metafísicos, que buscan la piedra filosofal en la vesícula biliar de los matemáticos. Precisamente debido a que "el Álgebra como la ciencia del tiempo puro" carece de significación matemática, la teoría continuará siendo discutida animadamente hasta el fin de los tiempos. La opinión de un gran matemático sobre el aspecto "tiempo puro" del Álgebra puede ser de interés. "No puedo descubrir la relación del Álgebra con el concepto del tiempo", confesaba Cayley; "admitiendo que el concepto de la progresión continua se presente y tenga importancia, no veo que de algún modo pueda ser el concepto fundamental de la ciencia".

Las dificultades de Hamilton al intentar construir un Álgebra de vectores y rotaciones para el espacio tridimensional estaban enraizadas en su convicción inconsciente de que las más importantes leyes del Álgebra ordinaria debían persistir en el Álgebra que buscaba. ¿Cómo se multiplicarían entre sí los vectores en el espacio tridimensional?
Para comprender la dificultad del problema es esencial recordar (véase capítulo sobre Gauss) que los *números complejos ordinarios* $a + bi$, ($i = \sqrt{-1}$) han recibido una sencilla interpretación como *rotaciones* en un plano, y además que los números complejos obedecen a todas las reglas del Álgebra ordinaria, en particular a la ley conmutativa de la multiplicación: si A, B son números complejos $A \times B = B \times A$, siempre que sean interpretados *algebraicamente, o como rotaciones* en un plano. Era humano entonces anticipar que la misma ley conmutativa serviría para las *generalizaciones de* números *complejos* que representan rotaciones *en el espacio de tres* dimensiones.
El gran descubrimiento o invención de Hamilton fue un Álgebra, una de las Álgebras "naturales" de rotaciones en el espacio de tres dimensiones, en las que la ley conmutativa de multiplicación no es aplicable. En esta Álgebra hamiltoniana de cuaternios (como llama a su invención) aparece una multiplicación en la que $A \times B$ no es igual a $B \times A$, sino a menos $B \times A$, es decir, $A \times B = - B \times A$.
Era un descubrimiento de primer orden el que pudiera construirse un Álgebra consecuente, prácticamente útil, en la que no se verifica la ley conmutativa de la multiplicación, y la importancia de este descubrimiento es comparable quizá a la concepción de la Geometría no-euclidiana. Hamilton mismo quedó muy impresionado por la magnitud del hallazgo que repentinamente apareció en su mente (después de 15 años de meditaciones estériles) cuando un día (16 de octubre de 1843), paseando con su mujer, grabó las fórmulas fundamentales de la nueva Álgebra en la piedra del puente sobre el que se encontraba en aquel momento. Su gran invención mostró a los algebristas el camino hacia otras Álgebras, hasta el punto que hoy, siguiendo la ruta de Hamilton, los matemáticos construyen Álgebras prácticamente cuando quieren, negando uno o más de los postulados para un campo y desarrollando las consecuencias. Algunas de estas "Álgebras" son extraordinariamente útiles; las teorías generales abarcan multitud de ellas, incluyendo la gran invención de Hamilton como un mero detalle, aunque muy importante.
Paralelamente a los cuaternios de Hamilton surgieron las numerosas formas de *análisis vectorial* propuestos por los físicos de los dos últimos siglos. En la actualidad todas ellas, incluyendo los cuaternios, en *lo que se refiere a las aplicaciones físicas,* han sido dadas de lado por el incomparablemente más simple y más general *análisis sensorial*, que adquirió su boga con la relatividad general en 1915. Más tarde volveremos a ocuparnos de este punto.
Mientras tanto será suficiente hacer notar que la tragedia más profunda de Hamilton no fue el alcohol ni el matrimonio, sino su obstinada creencia de que los cuaternios daban la clave a la Matemática del universo físico. La historia ha demostrado que Hamilton estaba trágicamente equivocado cuando decía: " ... aun debo afirmar que este descubrimiento me parece tan importante para estos años del siglo XIX, como el descubrimiento de las fluxiones (el Cálculo) lo fue para los últimos años del siglo XVII". Jamás estuvo tan absolutamente equivocado un gran matemático.
Los últimos 22 años de la vida de Hamilton fueron dedicados casi exclusivamente a la elaboración de los cuaternios (incluyendo sus aplicaciones a la dinámica, a la astronomía, y la teoría ondulatoria de la luz) y a su voluminosa correspondencia. El estilo de su obra excesivamente desarrollada *Elements of Quaternions,* publicada un año después de la muerte de

Hamilton, muestra claramente los efectos de la manera como vivía su autor. Después de su muerte, el 2 de septiembre de 1865, cuando tenía 61 años, se vio que Hamilton había dejado una enorme montaña de trabajos en indescriptible confusión, y sesenta enormes libros manuscritos de fórmulas matemáticas. Se está preparando ahora una edición de sus obras. El estado en que se hallaban todos estos manuscritos atestiguan las dificultades domésticas con que tropezó en el último tercio de su vida. Entre las montañas de papeles fueron desenterrados platos, con restos de comidas, en una cantidad suficiente para poder hacer la felicidad de cualquier ama de casa. Durante este último período Hamilton vivió como un recluso, sin darse cuenta de los alimentos que le servían mientras trabajaba, obsesionado por la idea de que el último tremendo esfuerzo de su genio magnífico inmortalizaría a él y a su amada Irlanda, y dejaría para siempre inconmovible una contribución matemática a la ciencia como no había tenido lugar desde los Principia de Newton.

Sus primeros trabajos, sobre los cuales reposa su gloria imperecedera, eran considerados por su autor como cosa de poca importancia frente a lo que él creía su obra maestra. Al final de sus días Hamilton fue un hombre humilde y devoto que no sentía ansiedad por su reputación científica. "Desde hace mucho tiempo he admirado la descripción que hace Ptolomeo de su gran maestro astronómico Hiparco, como un hombre que amó el trabajo y que amó la verdad. Será mi epitafio".